



دوفصلنامه تاریخ علوم و فناوری دوره اسلامی  
سال دهم، شماره‌های اول و دوم، سال ۱۴۰۰  
شماره پیاپی: ۱۹ و ۲۰

صاحب امتیاز: مؤسسہ پژوهشی میراث مکتوب  
مدیر مسئول: اکبر ایرانی  
سر دبیر: محمد باقری  
مدیر داخلی: زینب کریمیان  
ویراستار: پویان رضوانی  
اجرای جلد: محمود خانی

مدیر فنی و امور چاپ: حسین شاملوفرد

## همکاران علمی

حسن امینی \* حمید بھلول \* پویان رضوانی \* فاطمہ سوادى \* حنیف قلندری \* یونس کرامتی \* امیر محمد گمینی  
شمامہ محمدی فر \* راضیہ سادات موسوی \* یونس مہدوی \* سجاد نیک فہم خوب روان

## مشاوران علمی

پرویز اذکائی \* یوسف ثبوتی \* توفیق حیدرزادہ  
 محمدابراہیم ذاکر \* حسن طارمی \* مہدی محقق  
 حسین معصومی ہمدانی \* محمدجواد ناطق \* سیدحسین نصر  
 علی بابایف (جمہوری آذربایجان) \* جان نارت برگرن (کانادا) \* گلن وان برولمن (کانادا) \* احمد جبار (فرانسہ)  
 سرگی دمیدوف (روسیہ) \* رشدی راشد (فرانسہ) \* جمیل رجب (کانادا) \* سری رامولا سارما (آلمان)  
 ژاک سزیانو (سوئس) \* جورج سیلیا (امریکا) \* حکیم سید ظل الرحمان (ہند) \* رادا چاران گوپتا (ہند)  
 مصطفی الموالدی (سوریہ) \* یان پیتر ہونخندایک (ہلند) \* میچیو یانو (ژاپن)

تصویر پشت جلد: زنده‌یاد حمیدرضا گیاهی یزدی در کنار شاخص ظهر مسجد میرزا داود همدان، ۱۳۸۲

شناسی مجله: تهران، خیابان انقلاب اسلامی، بین خیابان دانشگاه و ایوریحان، ساختمان فروردین، شماره ۱۱۸۲، طبقه چهارم، شماره ۱۶  
کد پستی: ۹۳۳۵۱۹-۱۳۱۵۶ تلفن: ۶۶۴۹۰۶۱۲-۶۶۴۹۰۶۲۵۸-۶۶۴۹۰۶۲۵۸ دورنگار: ۶۶۴۹۰۶۲۵۸-۶۶۴۹۰۶۲۵۸

www.mirasmaktoob.ir  
miraselmi@mirasmaktoob.ir / miraselmi90@gmail.com  
بها: ۶۰,۰۰۰ تومان



## فهرست

۱ سر سخن

### مقاله

- شوق پژوهش: به یاد دکتر حمیدرضا گیاهی یزدی  
تاریخ‌نگار علوم دوره اسلامی ۳  
سارا فرض‌پور ماجپانی
- حساب، به شیوایی و دلفریبی لیلآوتی  
۱۶  
مریم زمانی
- از الموت تا پکن:  
۳۲  
ذات‌الحلق جمال‌الدین و رساله دستورالمنجمین در جاده‌های ابریشم مغول  
یویچی ایسایاها، ترجمه محمد علیرزاده وقاصلو
- تقویم‌های ایرانی و عربی به روایت آثانیای شیرازی  
۴۵  
گریگور بروتیان، ترجمه محمد باقری
- ارزیابی نظریه «انقلاب کشاورزی دوره اسلامی»  
۵۲  
مایکل دکر، ترجمه صادق حجتی
- از میخانه تا مدرسه: سیمای خیام دانشمند  
۶۸  
محمد باقری، ترجمه مانده حسین‌زاده
- مکتب مراغه و تأثیر آن بر علم پس از مغول در جهان اسلام  
۷۴  
توفیق حیدرزاده، ترجمه مهدی نوروزی‌بخش
- مجموعه مسائل کتاب جبر خوارزمی  
۸۹  
جفری ا. اوکس، ترجمه نرگس عصارزادگان
- از بطریق تا خنین  
۱۰۷  
الکساندر تریگر، ترجمه شهلا باقری
- هاینریش زوتر: تاریخ‌نگار ریاضیات دوره اسلامی  
۱۲۲  
انوشه هادزاد
- ابوریحان بیرونی و استاد و همکارش ابونصر منصور عراق  
۱۳۳  
سونیا برنتیس، ترجمه مانده حسین‌زاده و زینب کریمیان

### یادداشت‌های تاریخی

- ۱۴۶ پیش‌بینی نخستین رؤیت‌پذیری هلال ماه  
ونسسلو سگورا، ترجمه زینب کریمیان
- ۱۵۰ بیرونی، دوازده خواری و دوازده ماه تقویم یولیانی  
فرانسوا دو بلوا، ترجمه نسترن حکمی
- ۱۵۵ گزارش اندازه‌گیری ارتفاع قله دماوند در عهد قاجار  
کورس ضیائی
- ۱۶۱ مفاهیم بیت، شعاع و تسبیر در احکام نجوم دوره اسلامی  
ژوسپ کسولراس و یان پ. هوخندایک، ترجمه محمد باقری

### یادنامه‌ها

- ۱۶۶ یاد از جواد همدانی‌زاده  
محمد باقری
- ۱۷۱ درگذشت گریگور بروتیان تاریخ‌نگار ارمنی نجوم و تقویم  
اولگا وارتازاریان، کریستینه کوستیکیان، ایوت تاجاریان

### معرفی کتاب

- ۱۷۵ منتهی الإدراک فی تقاسیم الأفلاک  
امیرمحمد گمینی

### رسائل

- ۱۷۸ ترجمه و شرح رساله الوفی التام عزالدین زنجانى  
ناصر حائری



## مجموعه مسائل کتاب جبر خوارزمی<sup>۱</sup>

جفری ا. اوکس<sup>۲</sup>

ترجمه نرگس عصارزادگان<sup>۳</sup>

### ویژگی‌های شفاهی و کتبی مطالعات سده‌های میانه

جنبه‌ای از کتاب جبر خوارزمی که برای خواننده امروزی برجسته است، این است که چارچوب متفاوتی از تولید و انتقال دانش در زمان خود عرضه می‌کند. در این کتاب و آثار دیگر جبردان‌های معروف دوره اسلامی، هیچ نمادگذاری حتی برای نمایش اعداد وجود ندارد. انتظار می‌رود کسی که رساله‌ای درباره اعداد هندی نوشته است، دست کم در کتاب جبر خود از آنها استفاده کند!

دلیل نبود نمادگذاری، به ماهیت اساساً شفاهی تمدن اسلامی در سده‌های میانه (و نیز تمدن اروپای سده‌های میانه) مربوط می‌شود. [در آن دوره] هنوز دانش به طور شفاهی نقل می‌شد و عرضه مطالب از حفظ، در فراگیری مهم بود. مؤلفان، کتاب‌های خود را در جلسات عمومی که مطالب از حفظ عرضه می‌شد، «انتشار می‌دادند»، و آثار مکتوب ضمن اهداف دیگر، ابزاری برای یادآوری از حافظه و از بر خوانی بود. تأکید روی کلام گفتاری، نشان می‌دهد که چرا کتاب‌های عربی سده‌های میانه، مثل سخنرانی‌ها خوانده می‌شوند. هنگام بلند خواندن، نمادگذاری فایده‌ای ندارد، پس بخشی از متن نیست.

امروزه در کشورهای غربی، آموزش بر نهادها، دوره‌ها و درجات تحصیلی تمرکز دارد. اما در دوره اسلامی، آموزش بر دانشمندان به طور فردی، متون خاص، و مجوزها تمرکز داشت. به شاگرد آموزش داده می‌شد متنی را بلند از بر بخواند، «چون آنچه گوش می‌شنود در قلب استوار می‌شود».<sup>۴</sup> سپس شاگرد باید متن را نزد شیخ<sup>۵</sup> از بر می‌خواند، و شیخ هر از گاهی سؤالاتی درباره معنای آن بخش متن از او می‌پرسید. شاگردان موفق از شیخ مجوز (اجازه) دریافت می‌کردند و شیخ به آنها

۱. این نوشته ترجمه مقاله The series of problems in al-Khwārizmī's Algebra است.

۲. Jeffrey Oaks، استاد ریاضیات دانشگاه ایندیاناپولیس، oaks@unidy.edu

۳. پژوهشگر تاریخ علم دوره اسلامی، narges.assarzadegan@gmail.com

۴. ابو هلال حسن عسکری (د پس از ۴۰۰ ق).

۵. معلم، ملا -م

اختیار بر متن می‌داد. سپس، این شاگردان، اجازه تدریس متن را به شاگردان خود پیدا می‌کردند. به این ترتیب هر شیخ بخشی از زنجیره انتقال متن بود که نهایتاً به خود مؤلف باز می‌گشت. از نظر دانشوران دوره اسلامی، کتاب به درستی در حافظه تثبیت می‌شد، و حافظه شیخ از کلمات مکتوب روی کاغذ قابل اعتمادتر تلقی می‌شد. آثار مکتوب در فرهنگ شفاهی نقش داشتند و قرار نبود جایگزین آن شوند. بی‌شک شاگردان، آثار پیشرفته‌تر را حفظ نمی‌کردند، بلکه آن آثار میان دانشوران به شیوه‌ای که با آن آشناتریم پخش می‌شد. اما روش سنتی نوشتن به سبک بلاغی<sup>۱</sup> حتی برای این کتاب‌ها نیز حفظ می‌شد.

کتاب‌های حساب و جبر نشانه‌هایی از این یادگیری شفاهی دارند. مسائل با عبارت «اگر شخصی به تو بگوید» شروع می‌شوند و اغلب در راه‌حل یک بار گفته شده است که مقداری میانی را «محفوظ بدار». مؤلفان درباره جبر و حساب شعرهایی سروده‌اند که آسان به خاطر سپرده می‌شود، مشهورترین آنها ارجوزه یاسمینیه ابن یاسمینی<sup>۲</sup> (۴- ح ۶۰۱) درباره جبر است.

کتاب تنها رسانه مکتوب نبود. بیشتر کتاب‌های حساب عربی، از جمله کتاب خوارزمی، الگوریتم‌هایی برای نوشتن محاسبات روی سطوح قابل پاک شدن دارند.<sup>۳</sup> یک سطح معمول برای نوشتن تخت (لوح غبار) بود. تخت صفحه‌ای مسطح پوشیده با شن نرم یا غبار است که شکل‌ها با میله‌ای روی آن ترسیم می‌شوند. سطح دیگر لوحه (صفحه) بود که سطح آن گل رس نرم قابل پاک کردن و استفاده مجدد به طور نامحدود است. چون پاک کردن آسان است، پاسخ هر مسئله حسابی را می‌توان با پاک کردن، نوشتن روی ارقام قبلی، و با جابجایی اعداد حل کرد. هر دوی این رسانه‌ها به تخته سیاه و وایت بورد امروزی شبیه و برای حل مسائل مطلوبند، اما برای ثبت دائمی متن مناسب نیستند.

متن کتاب‌های حساب نیز مثل کتاب‌های جبر، شامل دستورهای شفاهی برای چگونگی انجام عملیاتند. در آنها اعداد در قالب کلمات، و اعداد واقعی تنها به عنوان تصاویری برای توضیح، بیشتر شبیه به نمودارهای هندسی نوشته می‌شود. برای مثال، حصّار<sup>۴</sup> (ح سده ۶هـ)، مسئله‌ای را با جمله «اگر جذر پانصد و هشتاد و سه هزار و ششصد و نود و شش را می‌خواهی، آن را روی یک خط به صورت ۵۸۳۶۹۶ بنویس»<sup>۵</sup> آغاز می‌کند. در ادامه متن، وقتی حصّار مسائل را با جبر و روش‌های

۱. بلاغت روشی برای استفاده مؤثر و متقاعدکننده از زبان در قالب گفتاری یا نوشتاری است. این یک هنر گفتمانی است که روش‌های مختلفی را برای متقاعد کردن، تأثیرگذاری یا خشنود کردن مخاطب به کار می‌گیرد. -م

۲. ابن یاسمینی یا ابن یاسمین دانشمند مسلمان بربری نسب مراکشی است. -م

۳. استثنای قابل ذکر، اقلیدسی (سده چهارم هجری) است، که قلم و کاغذ را مطرح کرد.

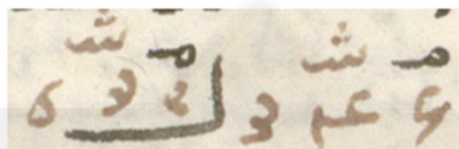
۴. حصّار، محمد بن عبدالله بن عیاش، ریاضی‌دان مغربی، که احتمالاً در سده پنجم و ششم هجری می‌زیست. -م

۵. حصّار، برگ ۲۳پ.

تعداد کمی از کتاب‌ها در متن رقم دارند، مثل الفصول فی الحساب الهندی اقلیدسی.

دیگر حل می‌کند، هیچ نمادی به کار نمی‌برد. فرض بر این است که شاگرد می‌داند چگونه محاسبات را با نمادگذاری انجام دهد، بنابراین فقط شکل گفتاری عرضه می‌شود.

نمادگذاری خاصی برای جبر در سده ششم هجری در مراکش ابداع شد. اولین حرف نام توان، روی عدد آن (یعنی ضریب آن) گذاشته می‌شد، و یک حرف لام کشیده، به صورت ل نشانده مساوی بود.<sup>۱</sup> مثالی از نسخه بغیة الطلاب فی شرح منیة الحسّاب ابن غازي<sup>۲</sup> در زیر می‌آید: از چپ به راست نوشته‌ام، m را برای مال ( $x^2$ )، و t را برای شی ( $x$ ) به کار برده‌ام:



مال	شی	عدد		مال	شی	عدد
۵	۳	۲	=	۳	۴	۶

$$6x^2 + 4x + 3 = 2x^2 + 3x + 5$$

تنها در چند کتاب کاربردی از این نمادگذاری استفاده شده است. همه این آثار در مراکش و احتمالاً اندلس، پس از اواخر سده ششم هجری نوشته شده‌اند.<sup>۳</sup> هیچ یک از کتاب‌ها را ریاضی‌دانان مشهورتری چون محمد بن موسی خوارزمی، ابوکامل شجاع بن اسلم، حاسب کرجی، سمؤال مغربی، عمر خیام، و شرف‌الدین طوسی ننوشته‌اند. در این کتاب‌ها گاه‌گاه شکل‌هایی به همان شیوه حساب هندی، برای نشان دادن چگونگی نوشتن روی تخت و تراب طی محاسبات عرضه شده است.

حال این پرسش مطرح می‌شود که ریاضی‌دانان سده سوم هجری مسائل را چگونه از طریق جبر حل می‌کردند؟ شواهدی در دست است که در نسخه‌های خطی بعدی، محاسبات جبری نظیر نمادگذاری غرب جهان اسلام، اما بدون حروف ابتدایی اسامی توان‌ها انجام می‌شد. در بیشتر آثار ریاضی دوره اسلامی، تنها ضرایب جملات نوشته شده‌اند، مثل آنچه در نمادگذاری حاشیه همان نسخه از ابن غازي دیده می‌شود. اینجا نمادگذاری‌ها به دو صورت آمده است؛ تصویر متن، که با نمادگذاری غربی و صورت‌های غربی ارقام نوشته می‌شود:

۱. لام کشیده خلاصه «یعدل» به معنای مساوی است. -م

۲. ابن غازي، برگ ۸۳ر (ص ۱۶۵ اسکن).

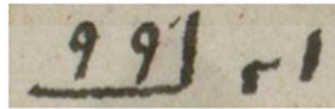
۳. ابن غازي مکناسی (۸۴۱-۹۱۹ق) دانشمند مراکشی که به ریاضیات نیز می‌پرداخت. -م کتاب در حدود ۱۵۰۰م/۹۰۰ق تألیف شده، اما نسخه بی‌تاریخ است.

این نمادگذاری در حدود سده دوازدهم هجری توسط دانشمندان عثمانی احیا شد، اما در اینجا کاری به آن نداریم.



$$\begin{array}{c} \text{م} \quad \text{ش} \\ ۱ \quad ۲ \quad ۹۹ \end{array} \quad x^2 + 2x = 99$$

شخص دیگری در حاشیه، صورت‌های شرقی ارقام را، بدون حروف ابتدایی نام توان‌ها بازنوشته است:<sup>۱</sup>



این نسخه کتاب ابن غازي نمونه‌ای متأخر است، ولی از اوایل سده پنجم هجری نیز شواهدی داریم. در کتاب بدیع فی الحساب کرجی چند جمله‌ای‌ها به صورت فهرستی از ضرایب نشان داده می‌شوند. مثلاً کرجی چند جمله‌ای  $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5 + 7x^6$  را چنین می‌نویسد: «۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱». از راست چنین شرح می‌دهد: «اولی عدد، دومی جذر، سومی مال و چهارمی مکعب است، و به همین ترتیب ادامه می‌یابد».<sup>۲</sup> در کتاب الباهر فی علم الحساب سموأل (۴- ح ۵۷۰ق) درباره جبر و مقابله و در مفتاح الحساب کاشانی (۴-۸۳۲ق) نیز همین صورت به کار رفته است. بدون نمادگذاری خاص برای توان‌ها، محاسبات تنها با اعداد هندی انجام شده است. درست مثل حصار که چون از قبل به محاسبات حسابی پرداخته است، هیچ‌گونه نمادگذاری در حل مسائل از طریق جبر عرضه نمی‌کند، کتاب‌های بیشتر جبردان‌ها نیز این‌گونه است.

حساب انگشتی روش دیگر حساب رایج در خاورمیانه باستان است، که به معاملات (حساب بازرگانی) مربوط است. در این روش محاسبات به صورت ذهنی انجام می‌شود و نتایج محاسبات میانی با موقعیت انگشتان به روش‌های خاصی «ذخیره می‌شود». ابوالوفا بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) نخستین رساله شناخته شده درباره حساب انگشتی<sup>۳</sup> را در سده چهارم هجری نوشت، و سعیدان می‌نویسد که جبر از دل این سنت توسعه یافت.<sup>۴</sup> بعداً (حداکثر تا زمان کرجی) جبر با حساب هندی تلفیق شد.<sup>۵</sup> حتی شاید خوارزمی حساب هندی را روی تخت یاد گرفته باشد، اما محاسبات جبری خود را به طور ذهنی انجام می‌داد.

۱. ابن غازي، برگ ۱۰۸ ر (ص ۲۱۵ اسکن).

۲. کرجی، ۱۹۶۴، ص ۵۳.

۳. منظور کتاب مایحتاج الیه الکتاب و العمال من علم الحساب است. احمد سلیم سعیدان این کتاب را با مقدمه‌ای مفصل در ۱۹۷۱ در تاریخ علم الحساب العربی منتشر کرده است. -م

۴. سعیدان ۱۹۷۴، ۳۶۹

۵. رشدی راشد این تلفیق را «حسابی شدن جبر» نامیده است. -م

محاسبات جبری در چند دهه بعد از خوارزمی دشوارتر می‌شود. در راه حل جبری مسئله (۵۵) کتاب ابوکامل<sup>۱</sup>، مربع  $\sqrt{216} + \sqrt{1176} + 15$  یعنی  $\sqrt{194400} + \sqrt{1016064} + \sqrt{1058400} + 1617$  کلاً به صورت کلمات، و بدون محاسبات میانی بیان شده است.<sup>۲</sup> از چنین مسائلی در می‌یابیم که جبردان‌ها مسائل را با نوشتن راه حل لفظی حل نمی‌کردند. اگرچه این امر برای مسائل ساده در کتاب خوارزمی ممکن است، دشواری محاسبات در کتاب‌های دیگر نشان می‌دهد پیش از نوشتن پاسخ به صورت لفظی محاسبه انجام شده بود.

پس برای حل مسئله از طریق جبر در زمان خوارزمی باید محاسبات توسط حساب انگشتی یا با نمادگذاری هندی روی برخی سطوح ناپایدار مثل لوح غبار انجام می‌شد. برای بیان نتیجه، باید صورتی (مکتوب یا شفاهی) از مراحل تدوین می‌شد. امروزه این تمایز بین راه حل و بیان نتیجه وجود ندارد، چون از همان نمادگذاری که برای حل مسئله روی تخته سیاه استفاده می‌کنیم، برای نشان دادن آن در کتاب نیز استفاده می‌کنیم. به یاد داشته باشید که تمایز دقیقی بین شیوه‌های ارتباط شفاهی و کتبی در ریاضیات دوره اسلامی وجود نداشت. متخصصانی که در سنت شفاهی کار می‌کردند روی تخت یا لوح می‌نوشتند، و دست‌اندرکاران فرهنگ «مکتوب» کتاب‌هایی تولید می‌کردند که در حکم سخنرانی بود.

### ساختار نخستین کتاب‌های جبر دوره اسلامی

کتاب‌های جبر خوارزمی، ابوکامل، کرجی، علی سلّمی، ابن بنا و چند ریاضی‌دان دیگر ساختار کلی مشترکی دارند. بخش اول کتاب به قوانین جبر اختصاص دارد، که با مجموعه‌ای از مسائل حل شده ادامه می‌یابد. در کتاب‌های خوارزمی و ابوکامل در پی این «جبر محض» فصول طولانی درباره موضوعات مربوط به جبر می‌آید.

### محتوای کتاب جبر خوارزمی، اوایل سده سوم هجری<sup>۳</sup>

[تعاریف] درهم [عدد]، شیء  $[x]$ ، مال  $[x^2]$  [گ ۲]

معادلات ششگانه با مثال و حل (۲-۳پ)

برهان معادلات [مفردات، مقترنات] (۳-۵پ)

ضرب دوجمله‌ای‌ها (۵-۶پ)

۱. الشامل (الکامل) فی الجبر والمقابلۃ - م

۲. حتی مسائل با محاسباتی پیچیده‌تر در این کتاب وجود دارد (مسائل ۵۶ و ۵۸). کاتب نسخه در مسئله ۵۶ در حاشیه پایین صفحه (نه متن) یکی از اعداد را با نماد هندی نوشته است، احتمالاً به این دلیل است که بتوان عدد را به درستی در قالب کلمات نوشت. با این حال یک خط از متن خط خورده است.

۳. شماره برگ‌ها مطابق با نسخه آکسفورد در نوشته شده است.

جمع و تفریق چندجمله‌ای‌های ناقص (۶پ)

اعمال با جذرها (۶پ-۷ر)

اثبات‌هایی برای تفریق چندجمله‌ای‌های ناقص (۷ر-۸ر)

۳۹ مسئله حل شده (۸ر-۱۴ر)

... در ادامه فصل‌هایی دربارهٔ تناسب<sup>۱</sup>، مساحتی، و مسائل وصایا (۱۴ر-۳۴ر).

محتوای کتاب جبر و مقابله ابوکامل، اواخر سدهٔ سوم هجری<sup>۲</sup>

اسامی توان‌ها (ص ۴)

معادلات ششگانه با مثال‌ها، راه حل‌ها، و برهان‌ها (۵-۲۳)

ضرب یک جمله‌ای‌ها و دوجمله‌ای‌ها (۲۳-۳۳)

اعمال با جذرها (۳۳-۴۲)

۷۴ مسئله حل شده (۴۲-۱۳۳)

... و در ادامه فصل‌هایی دربارهٔ کاربردهای جبر در هندسه و معادلات سیاله، و مسائلی از

سرگرمی‌های ریاضی.

محتوای کتاب الفخری فی الجبر والمقابله کرجی دربارهٔ صناعت جبر، اوایل سدهٔ پنجم<sup>۳</sup>

اسامی توان‌ها (ص ۹۸-۱۰۱)

ضرب، تقسیم و نسبت‌های یک جمله‌ای‌ها و چندجمله‌ای‌ها (۱۰۱-۱۱۶)

جذر یک جمله‌ای‌ها و چندجمله‌ای‌ها (۱۱۶-۱۱۷)

جمع و تفریق یک جمله‌ای‌ها و چندجمله‌ای‌ها (۱۱۸-۱۲۱)

حساب جذرها و توان‌ها (۱۲۱-۱۳۱)

جمع اعداد متوالی (۱۳۲-۱۴۱)

قضایایی در حساب (۱۴۱-۱۴۵)

معادلات ششگانه، با برهان (۱۴۵-۱۶۵)

آشنایی با معادلات سیاله (۱۶۵-۱۶۹)

۲۵۵ مسئله حل شده (۱۷۰-۳۰۸)

۱. در کتاب‌های جبر دورهٔ اسلامی در بخش معاملات (خرید و فروش و صرف و اجاره و ...) چهار مقدار متناسب مُسَعَّر، سِیْعَر، ثَمَن و

ثَمَن داریم. از این اعداد همیشه سه عدد معلوم و یکی مجهول است. م-

۲. شمارهٔ صفحه‌ها از چاپ عکسی در [ابوکامل ۱۹۸۶] گرفته شده‌است.

۳. شمارهٔ صفحات از [سعیدان ۱۹۸۶] گرفته شده‌است.



محتوای کتاب مقدمه کافیه فی حساب الجبر والمقابلة و مایعرف به قیاسه من الامثله اثر علی سلّمی<sup>۱</sup> سده چهارم و پنجم هجری<sup>۲</sup>

تعریف مقابله، جبر، تعریف اسامی توان‌ها و دسته‌بندی معادلات ششگانه (گ ۲-پ ۵-ر) توضیح قواعد حل معادلات ششگانه (بدون برهان) (گ ۵-ر ۸-پ) اسامی توان‌های بالاتر، تعیین درجه یک جمله (۸-پ ۱۴-پ) ضرب جذرهای اعداد؛ ضرب توان‌های مجهول (۱۴-پ ۱۹-ر) تقسیم توان‌ها، تقسیم جذرها، ضرب توان‌ها در جذرهای اعداد (۱۹-ر ۲۳-پ) ضرب دوجمله‌ای‌ها، هم در جذرها و هم در توان‌ها (۲۳-پ ۲۷-پ) افزودن و کاستن جذرهای اعداد (۲۷-پ ۳۵-پ) جمع چندجمله‌ای‌ها با جملات ناقص توسط بازیابی (۳۵-پ ۳۸-ر) ۷۴ مسئله حل شده (۳۸-ر ۸۶-ر) ... و در ادامه معادلات درجه بالاتر، شامل دسته‌بندی همه معادلات درجه سوم و معادلات دوجمله‌ای درجه چهارم، با بحث (۸۶-ر ۹۸-ر).

محتوای کتاب تلخیص أعمال الحساب<sup>۳</sup> ابن بنّای مراکشی، اواخر سده هفتم هجری<sup>۴</sup> مقدمه‌ای طولانی درباره حساب با تمرکز بر جذرها (ص ۵۰۶-۵۳۳) اسامی توان‌ها (۵۳۳-۵۳۵) ضرب یک جمله‌ای‌ها و چندجمله‌ای‌ها، شامل جذر جملات (۵۳۵-۵۳۸) تقسیم همان‌ها (۵۳۸-۵۴۱) معادلات (۵۴۲-۵۴۷) راه حل‌ها و برهان‌های حسابی برای معادلات مرکب [مقترنات] (۵۴۷-۵۵۵) ۴۲ مسئله حل شده (۵۵۶-۵۸۵).

### توضیحاتی درباره محتوای رساله خوارزمی

توان‌های مجهول در جبر دوره اسلامی اسامی خاصی دارند. جذر یا شی برای توان اول  $[x]$ ، مال برای توان دوم  $[x^2]$ ، و واحدها [اعداد] معمولاً به صورت درهم، که یک نوع سکه نقره است به کار

۱. ابی الحسن علی سلّمی (قرن ۶ هـ) بعد از خیام، در کتاب خود دو نوع معادله درجه سوم را در حالت خاص حل کرده و پاسخ آنها را به کمک رادیکال‌ها به دست آورده است (معصومی همدانی، مقاله «جبر»، دائرة المعارف بزرگ اسلامی، ج ۱۷، ۱۳۹۳، ص ۵۸۸). م-  
2. MS Vatican, Sbath 5

۳. جزء ثانی قسم ثانی این کتاب، عنوان فی الجبر والمقابلة دارد. م-  
۴. شماره صفحات از [سعیدان ۱۹۸۶] گرفته شده است.

می‌روند. کلمهٔ مال [اصلاً] به معنای پول، سرمایه، یا دارایی است. کلمات مال و جذر در بعضی مسائل به معنای غیر جبری نیز به کار می‌رفتند. مال به معنای پول یا کمیتی عمومی، و جذر به معنای عادی «ریشهٔ دوم» به کار می‌رود. خوارزمی از معادلات درجهٔ دوم فراتر نمی‌رود، اما نویسندگان بعدی توان‌های بالاتر و حتی معکوس آنها را به کار می‌بردند. توان سوم، کعب نامیده می‌شود و توان‌های بالاتر به صورت ترکیب واژه‌های مال و کعب نامگذاری می‌شوند.<sup>۱</sup>

یک نمونهٔ معادله از کتاب خوارزمی چنین است: «چهار تُسع مال و نه درهم منهای چهار جذر معادل یک جذر است» ( $x^2 + 9 - 4x = x$ ). معادلات چندجمله‌ای درجهٔ یک یا دو به یکی از انواع ششگانهٔ زیر تبدیل می‌شوند:

- معادلات ساده [مفردات]

نوع ۱: مال‌هایی معادل جذرها (با علائم جدید،  $ax^2 = bx$ )

نوع ۲: مال‌هایی معادل اعداد ( $ax^2 = c$ )

نوع ۳: جذرهایی معادل اعداد ( $bx = c$ )

- معادلات مرکب [مقترنات]

نوع ۴: مال‌ها و جذرهایی معادل اعداد ( $ax^2 + bx = c$ )

نوع ۵: مال‌ها و اعدادی معادل جذرها ( $ax^2 + c = bx$ )

نوع ۶: مال‌هایی معادل جذرها و اعداد ( $ax^2 = bx + c$ )

خوارزمی راه حل‌هایی برای معادلات نمونه از انواع ششگانه با ضرایب عددی عرضه می‌کند. در برهان‌های قواعد حل معادلات مقترنه، «شیء» به عنوان پاره‌خط و مال به عنوان مربع روی این روی خط نمایش داده می‌شود.

سپس خوارزمی توضیح می‌دهد چگونه عملیاتی مثل  $10 \cdot (10 - x)$  و  $(\frac{1}{4} - 5x)(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}x)$ ، روی جملات جبری انجام می‌شود، که متناظر با مثال‌های حسابی چون  $(10 + 1) \cdot (10 + 2)$  و  $(\frac{1}{6} - \frac{1}{6}) \cdot (1 - \frac{1}{6})$  است. او به طور جداگانه جمع و تفریق چندجمله‌ای‌های ناقص (آنجایی که علامت «-» دارند) را به دلیل مفهوم متفاوتشان از چندجمله‌ای‌ها بیان کرده است. اینجا خوارزمی دو برهان هندسی برای محاسبات خاص عرضه می‌کند، و شرح می‌دهد که در این باره کوشیده اما برای

۱. برای مثال، مال کعب یعنی  $x^5$  - م

عرضه برهانی مشابه برای محاسبه‌ای دیگر شکست خورده است. قواعد و مثال‌های او برای عملیات روی جذرها، حسابی محض است اما آن‌ها را می‌آورد زیرا برای جملات جبری هم صادقند. دومین بخش «جبر محض» شامل ۳۹ مسئله حل شده است. سه مرحله اساسی برای حل مسئله در جبر مشخص کرده‌ام:

مرحله ۱: مجهول (معمولاً شی) نامیده می‌شود، و عملیات یا شرایط صورت مسئله برای تنظیم معادله انجام می‌شود،

مرحله ۲: معادله به یکی از شش نوع ساده می‌شود، و

مرحله ۳: عملیات بیان‌شده برای رسیدن به جواب انجام می‌شود.

در اینجا به مسئله‌ای از خوارزمی (T۶) که به سه مرحله تجزیه شده است، می‌پردازیم:

- صورت مسئله

مسئله ششم. مالی (یعنی «کمیتی») داریم: اگر یک سوم آن را در یک چهارم آن ضرب کنیم، آنگاه با آن مال به علاوه ۲۴ درهم برابر می‌شود.<sup>۱</sup>

- مرحله ۱

راه حل این است که مال (کمیت) را یک شی فرض می‌کنی. آنگاه یک سوم شی را در یک چهارم شی ضرب می‌کنی. پس نصفِ سُدسِ مال (مجذور شی)، برابر است با یک شی به اضافه بیست و چهار.

- مرحله ۲

سپس برای تکمیل مال، نصفِ سُدسِ مال را در دوازده ضرب کن تا آن مال کامل شود، و شی و بیست و چهار را نیز در دوازده ضرب کن. پس دویست و هشتاد و هشت درهم به اضافه دوازده جذر، معادل یک مال می‌شود.

- مرحله ۳

سپس جذرها را نصف کن، و آن را در خودش ضرب کن و به دویست و هشتاد و هشت بیفزای. آنگاه جمع اینها برابر سیصد و بیست و چهار می‌شود. جذر آن را بگیر، هجده می‌شود. سپس نصف تعداد جذرها را به آن بیفزای. پس مجموع آن بیست و چهار می‌شود.

### زبان راه حل مسائل حل شده

اکنون دو ویژگی از مسائل خوارزمی را بیان می‌کنم که نشان می‌دهد او بیشتر آن‌ها را از منبع دیگری

$$۱. \quad x^2 = 12x + 288 \Rightarrow x = x + 24 - \frac{1}{3}x \cdot \frac{1}{4}x$$

گرفته و در بازنگری دست کم شش مورد اول نقش داشته است. نخست اینکه، چند مسئله از کتاب خوارزمی نه با جبر بلکه با روشی که آن را «استدلال حسابی» نامیده‌ام حل می‌شوند. دوم، برخلاف جبردان‌های بعدی، خوارزمی اغلب راه‌حل‌های جبری خود را با جمله‌ای امری، چون «آنگاه یکی از قسمت‌ها را شیء فرض کن» شروع می‌کند. اما معمولاً یکر است به سراغ زبان جبر می‌رود.

### استدلال حسابی

همه مسائل کتاب خوارزمی با جبر حل نمی‌شود. مسائل (۱۱) تا (۱۶)، (۲۹) تا (۳۲)، و (۳۴) به صورت لفظی از طریق محاسبه حل می‌شود. من این روش را «استدلال حسابی» نامیدم. هیچ مجهولی نامگذاری نشده، و هیچ معادله‌ای تنظیم نشده است. برخی مؤلفان بعدی چون ابوکامل، کرجی، ابن بَنّا و کمال الدین فارسی (ح ۶۶۵-۷۱۸ق) حل مسائلی را به این روش عرضه کرده‌اند. در زیر، مسئله ۱۴ ابوکامل را که به دو روش متفاوت حل شده است می‌آوریم. او راه‌حلی از طریق استدلال حسابی عرضه می‌کند و در حاشیه نسخه راه‌حلی جبری وجود دارد، که منسوب به فردی به نام ابویوسف<sup>۱</sup> است:

پس اگر شخصی گوید، مالی (کمیتی) دارد، یک سوم آن را از آن کم کن. سپس آنچه باقی می‌ماند را در سه جذر مال ضرب کن، پس اصل مال به دست می‌آید.  
می‌دانی که اگر از مال یک سوم آن را کم کنی، دو سوم آن باقی می‌ماند، و اگر این دو سوم را در یک درهم و نصف درهم ضرب کنی، اصل مال برمی‌گردد. پس درهم به اضافه نصف برابر سه جذر مال است. پس جذر مال،<sup>۲</sup> نصف و مال،<sup>۳</sup> یک چهارم است.

ابویوسف می‌گوید: اگر بخواهی، به روشی دیگر این مسئله را حل کنی، مال را شیء فرض کن. پس یک سوم آن را از آن کم کن، آنگاه دو سوم شیء باقی می‌ماند. پس آن را در سه جذر شیء، که جذر<sup>۴</sup> نه مال است ضرب کن. پس جذر چهار کعب، معادل شیء می‌شود. [پس شیء] را در خودش ضرب کن، یک مال می‌شود. و جذر چهار کعب را در خودش ضرب کن، پس چهار کعب با یک مال برابر می‌شود. پس هر آنچه با تو است به مال تقسیم کن. نتیجه این است: چهار شیء معادل یک درهم است. پس شیء معادل یک چهارم درهم است.

توجه داشته باشید که در راه نخست، انتقال به زبان جبری جایی ندارد. راه دوم، روش جبری را

۱. شاید منظور ابویوسف کُندی (۱۸۵-۲۵۶ق) مکتب به ابوالحکماء مترجم، ریاضی‌دان، منجم، موسیقی‌دان و فیلسوف عرب و عضو دارالحکمه باشد. وی با نوشتن کتاب فی استعمال اعداد الهندی در ۲۰۹ هجری قمری نقش بزرگی در انتقال اعداد هندی به تمدن اسلامی و سپس به اروپا داشت. -م

۲. مال = سرمایه -م

۳. مال = توان دوم x -م

دنبال می‌کند. اینجا مقدار مجهولی وجود دارد (مال) که شیء نامیده می‌شود، و با انجام عملیاتی معادله  $(\sqrt{4x^3} = x)$  تنظیم و سپس حل می‌شود. این مسئله را با مسئله (۳۱) خوارزمی مقایسه کنید، که آن هم به روش استدلال حسابی حل شده است:

اگر شخصی گوید مالی (کمیتی) است که چون یک سوم آن را کم کنی و باقیمانده را در سه جذر اصل مال ضرب کنی، آنگاه اصل مال به دست می‌آید. قاعده چنین است که اگر کل اصل مال را، پیش از کسر یک سوم آن، در سه جذر خودش ضرب کنی، مال و نصفی می‌شود، زیرا دو سوم آن در سه جذر خودش مساوی یک مال است. پس کل آن ضرب در سه جذر آن مساوی مال و نصف مال است، پس کل آن در یک جذر، مساوی نصف مال است. پس جذر مال، برابر نصف، و اصل مال برابر یک چهارم است. بنابراین دو سوم مال، یک ششم است، و سه جذر مال درهمی و نصف درهم است. پس وقتی سدس را در یک درهم و نصف درهم ضرب کنی، یک چهارم حاصل می‌شود، و آن مقدار مال است.

اگر فرض کنیم خوارزمی همه مسائل را خود در کتاب جبرش نوشته است، این سؤال پیش می‌آید که چرا برخی مسائل را با روش متفاوتی حل کرده است. از دیگر سو، اگر فرض کنیم او مسائل (۱) تا (۳۴) را برای برخی متخصصان نوشته است، آنگاه وجود این راه حل‌های غیر جبری معنا پیدا می‌کند. از کتاب‌های بعدی می‌دانیم که مسائل حسابی با روش‌های گوناگونی حل می‌شوند، پس مجموعه‌ای از مسائل شفاهی، با وجود تمرکز روی جبر، احتمالاً چند مسئله حل شده با روش‌های متفاوت هم دارند. این روش‌ها کم و بیش با هم مرتبطند، پس عجیب نیست که هر دو روش با هم در کتاب خوارزمی یافت می‌شود.

انواع مسائل حل شده با استدلال حسابی، بسیار شبیه یکدیگرند. بیان جبری امروزی این مسائل از کتاب‌های گوناگون در زیر می‌آید.  $M$  را به جای کمیت مجهول مال (مقدار)، و  $\rightarrow$  را برای نتیجه عملیات می‌نویسم. خوارزمی

$$(۱۱) \quad \frac{2}{3} \left( \frac{1}{5} M \right) = \frac{1}{7} \sqrt{M}$$

$$(۱۲) \quad \frac{3}{4} \left( \frac{1}{5} M \right) = \frac{4}{5} \sqrt{M}$$

$$(۱۳) \quad M \cdot (4M) \rightarrow 20$$

$$(۱۴) \quad M \cdot \left( \frac{1}{3} M \right) \rightarrow 10$$

$$(۱۵) M \cdot (۴M) \rightarrow \frac{1}{3}M$$

$$(۱۶) M \cdot \sqrt{M} \rightarrow ۳M$$

$$(۲۹) M \cdot \left(\frac{۲}{۳}M\right) \rightarrow ۵$$

$$(۳۰) M \cdot ۳\sqrt{M} \rightarrow ۵M$$

$$(۳۱) \left(M - \frac{1}{3}M\right) \cdot ۳\sqrt{M} \rightarrow M$$

$$(۳۲) \left(M - ۴\sqrt{M}\right) \cdot \frac{1}{3} \rightarrow ۴\sqrt{M}$$

$$(۳۴) \left(M - ۳\sqrt{M}\right)^2 \rightarrow M$$

ابوکامل

$$(۱۴) \left(M - \frac{1}{3}M\right) \cdot ۳\sqrt{M} \rightarrow M$$

$$(۱۵) \left(M - \frac{1}{3}M\right) \cdot ۳\sqrt{M - \frac{1}{3}M} \rightarrow M$$

$$(۱۶) ۳\sqrt{M} + ۲\sqrt{M - ۳\sqrt{M}} \rightarrow M$$

$$(۱۷) ۳\sqrt{M} + ۴\sqrt{M - ۳\sqrt{M}} \rightarrow M + ۴$$

حاسب کرجی

$$(III.۲۲) \left(M - \frac{1}{3}M\right) \cdot \sqrt{M} \rightarrow M$$

ابن بنّای مراکشی

$$(III.۲) \left(M - \frac{1}{3}M\right) \cdot ۳\sqrt{M} \rightarrow M$$

کمال‌الدین فارسی

$$(۲۱) M \cdot \left(\frac{۳}{۴}M\right) \rightarrow M$$

### دستورهای ضمنی

خوارزمی مجموعه مسائل حل شده خود برای توضیح شش معادله ساده شده را با شش مسئله آغاز می‌کند. آنها را T۱ تا T۶ نامیده‌ام. در T۱ مسئله به معادله نوع ۱ تبدیل می‌شود، در T۲ مسئله به معادله نوع ۲ ساده می‌شود، و به همین ترتیب تا T۶. در ادامه این شش نوع مسئله، ۳۳ مسئله دیگر وجود دارد که آنها را ۱ تا ۳۴ نامیده‌ام.

خوارزمی برخلاف جبردان‌های بعدی، تنها گاهی مجهول خود را با جمله‌ای مثل «یکی از اجزاء را شی فرض کن» به صراحت نامگذاری می‌کند. ولی جبردان‌های دیگر معمولاً مجهول را در ابتدای حل نامگذاری می‌کنند. آغاز مسئله (۲۳) خوارزمی را با مسئله (۷۰) علی سلمی مقایسه کنید:

### خوارزمی:

اگر کسی گوید، مالی (کمیتی) است که چون یک سوم آن به اضافه یک درهم آن را در یک چهارم به اضافه دو درهم ضرب کنی، آن مال به اضافه ۱۳ درهم به دست می‌آید.<sup>۱</sup> راه حل آن چنین است که یک سوم شی را در یک چهارم شی ضرب می‌کنی ...

### علی سلمی:

مالی داریم. کسی یک سوم آن به اضافه یک درهم را در یک چهارم آن به اضافه دو درهم ضرب می‌کند، آنگاه یک مال به اضافه ۱۳ درهم به دست می‌آید. راه حل آن چنین است که مال خود را شی فرض می‌کنی. آنگاه یک سوم شی را در یک چهارم شی ضرب می‌کنی ...

آنجا که علی سلمی با امر به اینکه «مال خود را شی فرض می‌کنی» شروع می‌کند، خوارزمی مستقیماً به زبان جبر سخن می‌گوید.

خوارزمی دستور خود را در  $T_1$ ،  $T_2$ ،  $T_3$ ،  $T_5$ ، و  $T_6$  تصریح می‌کند. اینجا دستورهایی با استفاده از فعل «قرار دادن» (جَعَلَ) وجود دارد، درست نظیر آنچه که در کتاب‌های جبر بعدی می‌یابیم: یکی از اجزاء را شی قرار بده» یا «مال خود را شی قرار بده». در مسائل (۱)، (۵)، (۱۰)، (۲۴)، (۲۵) و (۲۸) مجهول با کلمات نامعمولی بیان شده است، مثل «شی را از ده بر می‌داری»<sup>۲</sup> در (۱۰) و «می‌گویی، [دارایی] آن مرد و مرد دیگری برابر است با یک به اضافه شی»<sup>۳</sup> در (۲۴). در باقی مسائل حل شده با جبر هیچ جمله دستوری نمی‌آورد: (۲)، (۴)، (۶) - (۹)، (۱۷) - (۲۳)، (۲۶)، (۲۷)، و (۳۳).

$$۱. \quad x + ۱۳ = \left(\frac{1}{4}x + ۱\right)\left(\frac{1}{3}x + ۱\right) - م$$

۲. مسئله ۱۰ کتاب جبر خوارزمی: «اگر کسی بگوید: ده را به دو قسمت تقسیم کردم، سپس یکی را در دیگری ضرب کردم، آنگاه حاصل ضرب را بر تفاضل میان دو قسمت، پیش از آنکه یکی در دیگری ضرب شود، تقسیم کردم، خارج قسمت پنج و یک چهارم شد، راه‌حلش چنین است: شی را از ده بر می‌داری، ده منهای شی باقی می‌ماند. چون یکی از این دو را در دیگری ضرب کنی می‌شود ده جذر منهای مال، و این حاصل ضرب یکی از دو قسمت است در دیگری ...». - م

۳. مسئله ۲۴ کتاب جبر خوارزمی: «اگر کسی بگوید: یک درهم و نیم را بین مردی و مرد دیگری تقسیم کردند، سهم آن مرد به اندازه دو برابر سهم آن دیگری شد، راه‌حلش چنین است: می‌گویی یک مرد و دیگری عبارت است از: یک به اضافه شی زیرا مانند آن است که گفته باشد یک درهم و نیم تقسیم بر یک به اضافه شی، پس سهم هر یک دو شی شده است ...». - م

دستورهایی که با جَعَلَ شروع می‌شوند تنها در پنج تا از مسائل (T۱) - (T۶) دیده می‌شود، به این معنا که خوارزمی تصمیم آگاهانه برای نوشتن این دستورها داشته است. این مسائل نخستین، برای شرح راه‌حل‌های معادلات ششگانه مهمند، پس گویی او می‌خواسته تا حد امکان واضح باشند. نبود چنین جملاتی در مسائل بعدی نشان می‌دهد که خوارزمی آن مسائل را از سنت شفاهی گرفته است. اگر خودش آنها را نوشته بود، باید انتظار می‌داشتیم دست‌کم برخی از آنها با یک دستور شروع شوند.

### تلفیق

پس جبر چگونه پیش از نوشته شدن کتاب‌های خوارزمی، ابن ترک<sup>۱</sup> [ح نیمه اول سده سوم هـ] و سند بن علی [منجم و ریاضی‌دان سده سوم هـ] در اوایل سده سوم هجری تدریس می‌شد؟ پیش از این، متخصصان با مجموعه مسائلی نظیر مسائل کتاب خوارزمی کار می‌کردند. آنها بی‌گمان اسامی توان‌ها [درهم، شئ، مال]، قوانین عملیات روی یک جمله‌ای‌ها و دو جمله‌ای‌ها، قوانین عملیات روی جذرها، و نیز راه حل سه معادله مقترنه را آموزش می‌دادند (راه‌حل معادلات ساده [مفردات] بدیهی‌اند، پس شاید نیازی به آموزش آنها نبود). معلوم نیست آیا آنها معادلات ششگانه را طبقه‌بندی کرده‌اند یا کار خوارزمی بوده است. هویروپ<sup>۲</sup> به خوبی ثابت کرده است که حداقل، اولین اثبات معادله نوع ۴ بخشی از جبر است، اما نمی‌دانیم آیا بخشی از تعلیم جبری پیش از خوارزمی است، یا آن را از تعالیم دیگر اهل فن<sup>۳</sup> گرفته است (نک: دنباله مقاله). گویا خوارزمی فکر نامگذاری رئوس شکل‌های رساله خود با حروف را از سنت یونانی وام گرفته است، زیرا در شکل‌های رساله‌های سنت عربی معمولاً اضلاع با کلمات برجسب‌گذاری می‌شوند. ابوکامل می‌گوید خوارزمی پیشگام و مخترع تمامی اصول جبر است. شاید منظور او این بوده که خوارزمی اصول را به شیوه‌ای علمی‌تر تنظیم کرده است.

### صنعتگران، سنت‌های شفاهی، و برهان‌ها

در سه اثر به وجود گروهی از متخصصان که از جبر استفاده می‌کردند اشاره می‌شده است. ثابت بن قره (۲۲۱-۲۸۸ق)، در نیمه دوم سده سوم از «اهل جبر» یاد کرد، و [احمد] خوارزمی دانشنامه‌نویس پایان سده چهارم هجری نیز از اهل جبر و مقابله نام می‌برد. ابوکامل که اجزای ده را

۱. عبدالحمید بن واسع جیلی (جیلی) احتمالاً هم‌عصر با خوارزمی -م

۲. Jens Høyrup تاریخ‌نگار ریاضی اهل دانمارک -م

۳. اشاره به این دارد که در برخی منابع مثلاً مفاتیح العلوم خوارزمی، جبر را یکی از فنون حساب می‌دانستند. خیام نیز در رساله جبر خود صناعت جبر و مقابله را یکی از مفاهیم ریاضی می‌شمارد که در بخشی از فلسفه موسوم به ریاضی بدان نیاز می‌افتد. -م



«پنج به اضافه شئی» و «پنج منهای شئی» می‌دانست از «مَعَشَرُ الْحُسَابِ» سخن می‌گوید.<sup>۲</sup> ابوالوفا بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ق) در کتاب فی مایحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسة (اعمال هندسی) اطلاعات بیشتری درباره هندسه‌دان عملی عرضه می‌کند. او می‌نویسد که چگونه بین صنعتگران و هندسه‌دانان نظری پیوند ایجاد می‌کرده است. آنها پیش از این با فنونی جز فنون هندسه یونانی کار می‌کردند. جالب اینجاست که آنها حتی برای برخی روش‌هایشان برهان هم داشتند.<sup>۳</sup> هیچ گواهی وجود ندارد که این متخصصان کتاب‌هایی برای انتقال فنونشان نوشته باشند. در واقع، کتاب جبر خوارزمی اولین کتاب عربی شامل اصول مساحی است.

برهان‌های صنعتگران که توسط ابوالوفا یاد شده احتمالاً بر مقایسه خطوط و سطوح معادل برای نمایش نتیجه مطلوب استوار است، نه بر مقایسه نسبت‌ها که مبتنی بر قضایای اصول اقلیدس است. این نوع برهان همچنین در شرح ماکسیموس پلانودس<sup>۴</sup> بر [اثر] دیوفانتوس (قرن سیزدهم میلادی) یافت می‌شود. او با نموداری برای مثال خاص مربع کردن  $5x - 5$  ثابت می‌کند که ضرب «ناقص» در «ناقص»، «زاید» است (یا به عبارت امروزی، حاصل ضرب دو جمله منفی، مثبت است). پلانودس با اصول اقلیدس آشنا بود اما ترجیح داد برهان‌های خود را بر بنیان اقلیدسی بنا نهد. برهان‌های خوارزمی هم از این نوعند. از اقلیدس یاد نشده، و نامی از نسبت‌ها به میان نیامده است. بنای استدلال‌ها بر مقایسه مستقیم خطوط و مستطیل‌ها است. هویروپ برهان‌های خوارزمی را «توجیهات هندسی خام یونانی» نامیده است. او استدلال می‌کند که «توجیهات هندسی» خوارزمی بر اساس توافق سهم سنت فرعی علم [جبر به عنوان شاخه‌ای از علم]، با دیدگاه «علمی» خوارزمی حاصل شده است. در این باره با هویروپ موافقم، اما اثبات همه این موارد دشوار است. در واقع درست نمی‌دانیم چقدر از این بخش کتاب، کار اصلی خود خوارزمی است.

### پیشرفت‌های علمی در جبر

در سده سوم هجری با آغاز نهضت ترجمه در دوره اسلامی نه تنها آثار یونانی، سانسکریت و دیگر منابع فراهم و ترجمه شد، بلکه کتاب‌های مکتوب درباره فنونی که تا آن وقت به طور شفاهی منتقل می‌شدند نیز تألیف شد. اینها شامل محاسبه با دستگاه عددنویسی هندی، حساب خطّ‌آین، احکام نجوم و جبر است. ساختار اساسی متن جبری، با قواعدی که با مسائل دنبال می‌شود، توسط خوارزمی تنظیم شد، گرچه شاید تا جبر پیش از سده سوم هجری به طور شفاهی عرضه شده بود.

۱. معشر = گروه، گروه مردم -م

۲. [ابوکامل ۱۹۸۶، ۵۰/۳، ۵۱/۱۰]

۳. [ابوالوفا ۱۹۷۹، ۱۴۵]. ترجمه فرانسوی در [آقایانی چاوشی ۱۹۹۸، ۱۰۰]

4. Maximus Planudes

دربارهٔ این چارچوب اساسی، ریاضی‌دانانی با تفکر علمی‌تر، منشأ پیشرفت‌ها، افزوده‌ها، و اصلاحاتی شدند که قبلاً خوارزمی و ابن ترک آغاز کرده بودند.

کتاب نوشتن دربارهٔ ریاضیات در سدهٔ سوم هجری خود یک پیشرفت علمی بود. چه قواعد مساحی ثبت شده توسط خوارزمی، حساب خطّین عرضه شده توسط قسطا بن لوقا بعلبکی (؟-ح ۳۰۰ق)، یا کتابی دربارهٔ علم الانواء، وقتی متن روی کاغذ بیاید بخت بیشتری برای جلب نظر علمی دارد. البته بسیاری از افرادی که این کتاب‌ها را نوشته‌اند احتمالاً از لحاظ نظری به موضوع علاقه داشته‌اند. این مورد دربارهٔ جبر خوارزمی مصداق دارد. آنجا پیشرفت‌های بسیار حداقلی در برهان‌ها یافت می‌شود. شاید خوارزمی ابداع‌گر دسته‌بندی این شش نوع معادله (مسائل سته) باشد، گرچه جبردان‌های پیش از او قواعدی برای حل سه نوع معادلهٔ مقترنه می‌شناختند. گویا او کسی بود که فکر کرد انتقال از بیان لفظی به بیان جبری در مسائل حل شده با عبارات دستوری روشن‌تر می‌شود.

دربارهٔ کتاب ابن ترک، که در حدود زمان خوارزمی نوشته شده است، چندان چیزی نمی‌توان گفت، چون تنها یک بند از آن باقی مانده است. به نظر می‌رسد سوگیری علمی بیشتری نسبت به کتاب خوارزمی داشته است. کتاب سند بن علی دربارهٔ جبر هم که در اوایل سدهٔ سوم نوشته شده مفقود است.

پیشرفت بعدی ترجمهٔ قسطا بن لوقا از کتاب اریتمیکای دیوفانتوس (نیمهٔ دوم سدهٔ سوم هجری/ نهم میلادی) است. آنجاست که برای نخستین بار اسامی مفروض برای توان‌های بالاتر و برای توان‌های وارون دیده می‌شود. همچنین این کتاب کلمهٔ عربی «معادله» را معرفی کرده است.

بعداً در سدهٔ سوم هجری ثابت بن قره اثر کوتاه خود دربارهٔ جبر را نوشت، که دستورهایی برای حل معادلات مرکب [مقترنات] به کمک قضایایی از مقالهٔ دوم اصول اقلیدس به گفتهٔ خودش «استخراج می‌کند». این کتاب ساختار کتاب جبر سنتی را ندارد. یک رسالهٔ علمی محض است که یکی از جنبه‌های جبر را استخراج و اثبات می‌کند.

ابوکامل هم در حدود همان زمان کتاب جبرش را نوشت. او دامنهٔ برهان‌ها را به قضایای عددی

در حساب و جبر بسط داد (مثل  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ ). برخی از برهان‌های او شامل نمودارهای هندسی شبیه نمودارهای خوارزمی است، با این تفاوت که ارجاعاتی به اقلیدس دارد، در حالی که برهان‌های دیگر با نمودارهایی که بر مبنای خطوط منفصل رسم شده‌اند، به سبک قضایای اقلیدس در نظریهٔ اعداد نوشته شده‌اند. این دو نوع برهان گویای کشمکش بین هندسه و جبر است که بعداً به دو شیوهٔ مختلف توسط خیام و ابن بتّا حل شد. ابوکامل الگوریتم‌هایی هم برای یافتن مستقیم مال یافت (چون در بسیاری از مسائل مقداری است که یافتن آن مورد نظر است)، و هوشمندانه با

ریشه‌های دوم یک جمله‌ای‌ها و دو جمله‌ای‌های جبری کار کرد. او در مسائل حل شده، با توان‌ها تا  $x^8$  سر و کار داشت. بسیاری از برهان‌های او را می‌توان به طور پراکنده میان مسائل حل شده یافت، از جمله تنها برهان جبری پیش مدرن که می‌شناسم. کتاب او نمونه خوبی از کاری است که ریاضی‌دانی با گرایش‌های نظری، می‌تواند با ساختار اساسی کتابی عملی انجام دهد.

دیوفانتوس و ابوکامل هر کدام تأثیر زیادی روی کرجی داشتند، همو که بررسی حساب چندجمله‌ای‌ها، از جمله توان‌های وارون را به طور جدی شروع کرد، و نتایج حاصل از تقسیم را در معادلات وارد کرد. کار او را سموال دنبال کرد، و الگوریتم‌هایی برای یافتن ریشه‌های چندجمله‌ای‌ها مبتنی بر قواعد مشابه برای اعداد تعمیم داد. کرجی ساختار سنتی متن جبری را حفظ کرد، اما رساله سموال مسائل حل شده را به شدت کاهش می‌دهد به طوری که کتاب مشخصاً شکل متفاوتی دارد.

کشمکشی که بین هندسه و حساب در برهان‌های ابوکامل مشهود است، ابن بنا را به ترک هندسه و عرضه قضایایی در حساب و جبر با برهان‌های حسابی محض هدایت کرد. او همچنین در فصلی از کتاب خود درباره جذرها، زبان و نظریه دو جمله‌ای‌ها و آپتوم‌ها (خطوط منفصل) را از مقاله دهم [اصول] اقلیدس برای اعداد به کار برد. ابن بنا همچون ابوکامل و کرجی، ساختار سنتی را در کتاب جبر خود حفظ کرد.

از سوی دیگر، هندسه‌دانان نظری، در جبر ابزار توانمندی برای حل مسائل هندسه احجام یافتند. هر مسئله که بتوان آن را با معادله درجه سوم یا درجه کمتر بیان کرد، می‌تواند با ساده کردن معادله به یکی از بیست و پنج مسئله تعیین شده تبدیل شود. خیام راه‌حل‌های معادلات ساده شده را در رساله خود با عنوان رساله فی البراهین علی مسائل الجبر والمقابلیه شرح می‌دهد. خیام هم مثل ارسطو و اقلیدس اصطلاح «عدد» را تنها به اعداد صحیح مثبت اطلاق کرد. چون جبر بر اساس حساب عملی که شامل کسرها و جذرهای گنگ است، پایه گذاری شده است، خیام پایه گذاری را به کمیت‌های پیوسته تغییر داد. با فرض وجود یک پاره خط واحد، او اعداد جبرگرایان را به عنوان اندازه‌های بدون بُعد کمیت‌ها در نظر گرفت. عددی مثل  $x^5$  می‌تواند طول یک خط، مساحت یک ناحیه مسطح، یا حجم یک جسم باشد. شرف الدین طوسی راه خیام را ادامه داد و علاوه بر کارهای دیگر، ترسیماتی برای راه‌حل‌های دو و سه بعدی معادلات عرضه کرد. کتاب‌های خیام و طوسی هیچ مسئله حل شده‌ای ندارند و رساله‌هایی صرفاً علمی‌اند.

### خلاصه

جبر در دوره اسلامی با سخنرانی، محاسبه روی سطوح پاک شدنی، حساب هوایی (ذهنی)، و در کتاب‌های نوشته شده انتشار یافت. دسته‌ای از مسائل حفظ، بازسازی و ابداع و در بستری صرفاً

جبری عرضه شدند. امروزه کتاب‌های معدودی در اختیار داریم و در آن‌ها اطلاعات کمی از مسائلی که در فرایند پیوسته اصلاح در دستان گروه‌های بازرگانان و ریاضی‌دانان بودند در خود دارند. به‌ویژه، مجموعه‌ای از مسائل کتاب خوارزمی را نمی‌توان به عنوان عنصر متنی مقرر در کتابی که توسط یک نفر تألیف شده در نظر گرفت. اثر او باید به عنوان بخشی از یک فرایند در نظر گرفته شود، و با نگرش پژوهشگران فرهنگ عامه (فولکلور) مطالعه شود. مسائل او وقتی با مسائل کتاب‌های دیگر مقایسه شود، بهتر مورد توجه قرار می‌گیرد. این تنها روش برای شروع تعیین میزان مشارکت هر فرد، و درک پویایی دسته‌هایی از مسائل و مانند آن است؛ همه برای درک چگونگی کاربرد و اصلاح مسائل توسط افرادی که آنها را نشر می‌دادند.

### منابع

- ابن غازی، بغية الطلاب وشرح منية الحساب، نسخة كتابخانه كنگره آمريكا، مجموعه منصوری، شماره ۷۲۲-۵، تصویر در اینترنت به نشانی <http://lccn.loc.gov/2008401022>.
- ابوكامل، كتاب في الجبر والمقابلة، چاپ عكسی نسخه استانبول، قرة مصطفى پاشا، شماره ۳۷۹، به كوشش يان پ. هوندايك، فرانكفورت، ۱۹۸۶.
- بوزجانی، ابوالوفا، ما يحتاج إليه الصانع من علم الهندسة، تصحيح صالح احمدعلی، مركز احیاء تراث العلمی العربی، بغداد، ۱۹۷۹.
- حصار، محمد، كتاب البيان والتذكاري في صنعت عمل الغبار، نسخة شماره ۲۹۳ مجموعه لارنس-شونبرگ، تصویر در اینترنت به نشانی <http://dewey.library.upenn.edu/sceti/ljs/>
- خوارزمی، محمد بن موسی، كتاب جبر و مقابلة، ترجمه حسين خدیوچم، کمیسیون ملی تربیتی، علمی و فرهنگی ملل متحد «یونسکو» در ایران، ۱۳۶۲.
- سعیدان، احمد سلیم، تراث علم الجبر في العالم العربی، ۲ جلد، المجلس الوطنی لثقافة والفنون والآداب، قسم التراث العربی، کویت، ۱۹۸۶.
- السلمی، علی، المقدمة الكافية في حساب الجبر والمقابلة وما يعرف به قیاسه من الأمثلة، نسخة واتیکان، Sbath ۵.
- فارسی، کمال الدین، اساس القواعد في أصول الفوائد، تصحيح مصطفى موالدی، معهد المخطوطات العربية، قاهره، ۱۹۹۴.
- کرجی، ابوبکر محمد بن حاسب، البديع في الحساب، نسخة كتابخانه واتیکان ۳۶/۱ خاوری، تصحيح عادل انبویا، بیروت، دانشگاه لبنان، ۱۹۶۴.
- Aghayani-Chavoshi, Jafar, 1998. "Abu al-Wafā: Innovateur de la géométrie pratique dans le monde islamique". pp. 95-118 in: Z. Vesel, H. Beikbaghban, and B. Thierry de Crussol des Epesse, edd. *La Science dans le Monde Iranien à l'Epoque Islamique*. Téhéran: Institut Français de Recherche en Iran; Louvain, Belgique: Diffusion, Peeters, 1998.
- Saidan, A. S., 1974. "The arithmetic of Abū al-Wafā", *Isis* 65, pp. 367-375.